Jurnal Fraction, Vol. 5 No.1, Juni 2025, Hal. 32-40
E-ISSN: **2830-2028**; P-ISSN: **2962-1402**
Dipublikasi: Juni 2025

HUBUNGAN ANTARA KURVA ELIPS DAN KURVA GELOMBANG DENGAN MENGGUNAKAN IRISAN TABUNG LINGKARAN

(Relationship Between Ellipse Curve and Wave Curve Using A Circular Cylinder Sectiom)

Harun Abdul Rohman[1,a]
[1]SMPN 2 Cilengkrang [Email: harun88pltg@gmail.com]
[a]*harun88pltg@gmail.com*

ABSTRAK

Irisan tabung lingkaran oleh bidang datar dengan memotong secara miring terhadap alasnya menghasilkan kurva elips. Ketika selimut tabung ini dibentangkan secara mendatar maka hasil irisan pada tabung akan berbentuk gelombang sinus. Dengan kata lain kurva elips ketika dibentangkan secara mendatar akan berbentuk kurva gelombang. Penelitian ini bertujuan untuk menurunkan rumus gelombang dari hasil irisan tabung dan menurunkan rumus kurva elips dari rumus kurva gelombang. Hasil penelitian ini yaitu: rumus kurva gelombang sinus dapat diturunkan langsung dari irisan tabung, rumus elips dapat diturunkan dari rumus kurva gelombang sinus yang telah dibuat, dan kurva gelombang sinus dan elips ini mempunyai keliling yang sama.
Kata kunci: Irisan Tabung, Dilatasi Ellips, Kurva Gelombang, Rumus Elips

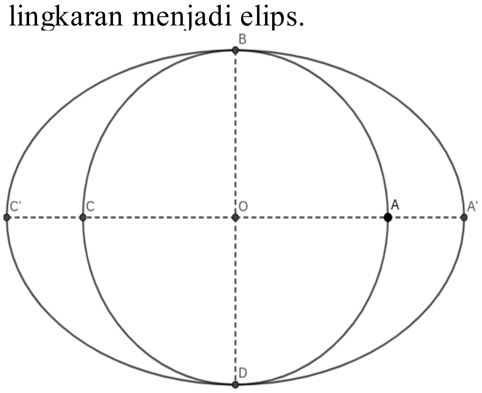
ABSTRACT

When a flat plane cuts the cylinder section at an angle to the base, it creates an ellipse. If the curved surface of the cylinder is unraveled horizontally, the result of the cut on the cylinder will be a sine wave. In simple terms, when an ellipse is laid out horizontally, it will take the form of a wave curve. This study aims to derive the wave formula from the results of the cylinder section and derive the ellipse formula from the wave curve formula. The results of this study are: the sine wave curve formula can be derived directly from the cylinder section, the ellipse formula can be derived from the sine wave curve formula that has been made, and the sine wave and ellipse curves have the same perimeter.
Keywords: Cylinder Section, Ellipse Dilation, Wave Curve, Ellipse Formula.

1. PENDAHULUAN

Elips merupakan bentuk bidang datar yang menarik untuk diteliti. Beberapa cara dapat dilakukan untuk mendapat kurva elips. Seperti yang telah diketahui elips dapat diperoleh dari perpotongan kerucut dengan bidang datar, perpotongan silinder lingkaran dengan bidang datar, dan transformasi koordinat lingkaran [1]. Selain itu elips juga mempunyai keterkaitan dengan lingkaran. Beberapa sifat-sifat keterkaitan elips dan lingkaran dapat dilihat pada artikel [2].

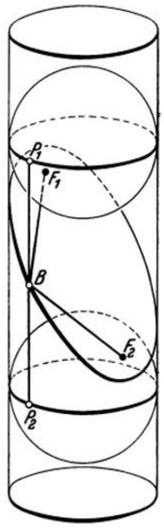
Elips dan lingkaran memiliki hubungan yang selalu menarik untuk diteliti. Beberapa cara dapat dilakukan untuk menghasilkan kurva elips. Salah satu caranya memandang elips sebagai hasil peregangan dari lingkaran. Lockhart (2012) dan Wells (2018) menggambarkan elips sebagai lingkaran yang mengalami peregangan yang ditarik secara dengan arah berlawanan secara horizontal atau vertikal [3], [4]. Lingkaran merupakan elips yang mempunyai panjang sumbu mayor dan minor yang sama. Secara geometri peregangan ini bisa dijelaskan dengan konsep dilatasi [3], [5]. Gambar 1 menunjukan peregangan secara horizontal lingkaran menjadi elips.



Gambar 1. Lingkaran mengalami peregangan secara horizontal dengan arah berlawanan

Jurnal Fraction, Vol. 5 No.1, Juni 2025, Hal. 32-40
E-ISSN: **2830-2028**; P-ISSN: **2962-1402**
Dipublikasi: Juni 2025

Archimedes menggunakan transformasi untuk koordinat mengubah lingkaran menjadi elips [6]. Melalui transformasi ini, Archimedes mampu menghasilkan persamaan dan luas elips. Lockhart (2019) menunjukan bahwa ini merupakan transformasi dilatasi lingkaran sehingga menjadi elips [3]. Dilatasi ini tidak menghasilkan apapun terkait hubungan keliling lingkaran dengan keliling elips [3]. Berbeda hal dengan luas elips yang dapat dicari dengan menggunakan dilatasi ini [2], [3].
Dong (1821) dan Germinal Pierre Dandelin (1794-1847) memberikan ide bahwa hasil potongan tabung oleh sebuah bidang miring menghasilkan kurva elips [7], [8], [9]. Pierce Morton (1803 - 1859) menemukan sifat-sifat fokus-direktris pada elips dari perpotongan kerucut dari ide Dandelin. Hilbert & Cohn-Vossen (1957) menemukan juga sifat-sifat fokus-direktif dari perpotongan silinder dari ide Dandelin. Sifat fokus-direktif ini yaitu bahwa $BF_1 + BF_2 = P_1P_2$ dengan P_1P_2 selalu konstan serta F_1 dan F_2 merupakan titik-titik fokus elips [9], [10]. Pembuktian ini sudah dapat menunjukan bahwa kurva tersebut adalah elips.



Gambar 2. Sumber: Hilbert and Cohn-Vossen. Geometry and the Imagination. Chelsea Publishing Company. Pag.7

Terdapat cara lain selain cara pembuktian Pierce Morton (1803 - 1859). Penurunan rumus elips hasil irisan tabung ini dilakukan pada koordinat kartesius telah dilakukan oleh [2], [3]. Terdapat juga yang menggunakan Transformasi Affine dalam menurunkan rumus elips [11] . Penurunan rumus ini semua pada dasarnya merupakan hasil dilatasi koordinat lingkaran. Semua cara ini menghasilkan rumus elips pada bidang koordinat kartesius.
Perhatikan Gambar 4 untuk memahami penurunan rumus oleh Rohman (2019) [2]. Penurunan rumus ini menggunakan kesebangunan yaitu $\Delta JKL \sim \Delta MFC$. Perhatikan bahwa $m\overline{JL}$ merupakan jarak antara kurva elips ABCD dan lingkaran BDEF. Kemudian membandingkan jarak JL dengan JK yaitu $JL/JK = b/a$ yang selalu konstan. Perbandingan b/a ini dinamakan golden rasio elips oleh Scimone [12], bahkan terdapat beberapa sifat terkait perbandingan ini [2], [12], [13]. Dengan menggunakan b/a dan menempatkan elips BFDE dan lingkaran ABCD pada koordinat kartesius dengang pusatnya sama, maka akan diperoleh rumus elips [2].
Pada Gambar 4, alas tabung atau tutup tabung adalah berbentuk lingkaran. Jika selimut tabung dibentangkan menjadi persegi panjang, maka keliling lingkaran menjadi sisi selimut tabung. Sisi tabung ini digambarkan menjadi sebuah garis lurus. Sedangkan tinggi tabung menjadi sisi lainnya. Hal yang menarik adalah bagaimana perubahan kurva elips pada gambar 1 setelah selimut tabung dibentangkan. Kurva elips pasti berubah menjadi kurva dengan bentuk lain dan bukan garis lurus.
Kurva elips dapat ditransformasikan menjadi kurva gelombang sinus melalui irisan tabung [14], [15], [16]. Pitot (1724) telah menyelidiki bahwa ketika tabung yang terdapat kurva elips hasil perpotongan ketika digelindingkan pada bidang datar maka jejak kurva elips pada bidang berbentuk kurva sinus. Pembuktian hubungan kurva elips dan kurva sinus ini dimulai sekitar enam tahun kemudian [17]. Pada situs https://en.etudes.ru/models/sine-wave/ terdapat animasi bagaimana jejak kurva elips berbentuk kurva sinus dan https://www.geogebra.org/m/njdk3fs9 [18], [19]. Gambar 4 dan 5 menunjukan bahwa

Jurnal Fraction, Vol. 5 No.1, Juni 2025, Hal. 32-40
E-ISSN: **2830-2028**; P-ISSN: **2962-1402**
Dipublikasi: Juni 2025

irisan tabung merupakan gelomban sinus pada bidang datar.

Gambar 3. Bentang selimut tabung (sumber: https://medium.com/@mail.nirmal.r/so-an-ellipse-is-a-sine-wave-in-disguise-312b32026d4f)

Pembuktian hubungan antara gelombang sinus dan elips dapat dilakukan dengan cara. Cara pertama, persamaan elips dapat diubah menjadi persamaan gelombang sinus [16]. Cara kedua yaitu memetakan koordinat titik elips, yang hasil perpotongan silinder dengan bidang datar, pada bidang koordinat dimensi tiga menjadi koordinat pada bidang dimensi dua. Dengan kata lain, ini seperti membuka selimut tabung dan dibentangkan menjadi bidang datar [10], [20].

Walaupun penelitian ini bukan merupakan hal baru, namun penurunan rumus sinus dari irisan tabung ini lebih sederhana. Pada penelitian ini penurunan rumus sinus melibatkan kesebangunan segitiga-segitiga dan trigonometri. Segitiga-segitiga yang dimaksud adalah segitiga-segitiga siku-siku yang terbentuk dari perpotongan kurva elips dan lingkaran seperti yang tampak pada Gambar 4. Sedangkan penurunan rumus elips dari rumus sinus, tentu saja yang pertama kali dilakukan adalah memetakan rumus sinus tadi ke dalam koordinat kartesius. Dengan demikian didapatkan rumus elips pada koordinat kartesius.

Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, pertanyaan-pertanyaan pada penelitian ini adalah 1) bagaimana menurunkan secara langsung persamaan gelombang sinus melalui irisan tabung dan selimut tabung, 2) bagaimana menurunkan persamaan elips dari persamaan sinus yang telah dibuat, dan 3) bagaimana menunjukan bahwa panjang kurva gelombang sama dengan keliling elips.

Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, artikel ini akan menyajikan bagaimana menurunkan secara langsung persamaan gelombang sinus melalui irisan tabung dan selimut tabung, bagaimana menurunkan persamaan elips dari persamaan sinus yang telah dibuat, dan bagaimana menunjukan bahwa panjang kurva gelombang sama dengan keliling elips.

Sebagai contoh pada artikel ini saya menuliskan segmen AB sebagai $\overline{AB}$ sedangkan panjang $\overline{AB}$ sebagai AB. Sebuah sudut ABC dituliskan sebagai $\angle ABC$ sedangkan besar $\angle ABC$ sebagai $m\angle ABC$.

.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan studi pustaka. Beberapa artikel dan buku yang relevan telah digunakan sebagai referensi. Penelitian ini berusaha memberikan pembuktian secara langsung rumus gelombang dari irisan tabung dengan menggunakan kesebangunan segitiga dan trigonometri. Selain itu, saya berusaha memberikan penurunan rumus elips dari rumus gelombang yang telah dibuat pada bidang koordinat kartesius. Sebagai tambahan, dibuktikan juga bahwa panjang kurva gelombang sama dengan keliling elips dengan menggunakan integral.

3. HASIL

Perhatikan kembali Gambar 4. Kita selalu dapat membentuk sebuah ΔMFC yang sebangun dengan ΔJKL di antara ruang yang dibatasi oleh lingkaran $BDEF$ dan elips $ABCD$. Perhatikan bahwa sisi yang bersesuaian antara kedua segitiga tersebut sejajar. Kita dapatkan yaitu $\overline{JK} \parallel \overline{MF}$, $\overline{KL} \parallel \overline{FC}$, dan $\overline{JL} \parallel \overline{MC}$. Sehingga sudut-sudut yang bersesuaian antara kedua segitiga tersebut juga sama besar. Kita dapat mengatakan bahwa $\Delta JKL \sim \Delta MFC$ dengan menggunakan teorema sudut-sudut-sudut. Pembuktian teorema-teorema yang berhubungan dengan kesebangunan segitiga-segitiga dapat dilihat secara

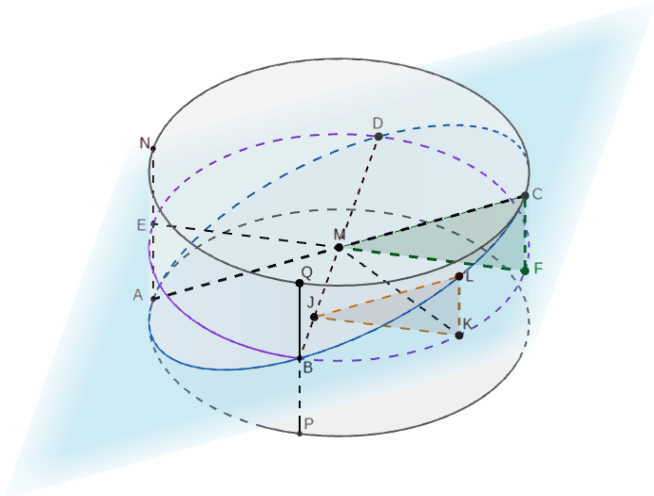
Jurnal Fraction, Vol. 5 No.1, Juni 2025, Hal. 32-40
E-ISSN: **2830-2028**; P-ISSN: **2962-1402**
Dipublikasi: Juni 2025

lengkap pada [21], [22], [23].

3.1. Gelombang Sinus

Perhatikan Gambar 4, $\underline{KL}$ dapat bergerak sepanjang kurva lingkaran dan elips sedemikian sehingga $\Delta JKL \sim \Delta MFC$. Panjang sisi yang bersesuaian pada ΔJKL dan ΔMFC yaitu

$FC = h$ bersesuaian dengan $KL = h'$
$MC = b$ bersesuaian dengan $JL = b'$
$MF = a$ bersesuaian dengan $JK = a'$



Gambar 4. Irisan tabung dengan bidang miring

Dengan menggunakan teorema phytagoras pada ΔMFC, kita dapatkan hubungan $(MC)^2 = (MF)^2 + (FC)^2$ yang secara sederhana dituliskan

$$b^2 = a^2 + h^2 \tag{1}$$

Sedangkan pada ΔJKL, kita dapatkan hubungan $(JL)^2 = (JK)^2 + (KL)^2$ yang secara sederhana dituliskan

$$(b')^2 = (a')^2 + (h')^2 \tag{2}$$

Perhatikan bahwa $KL = h'$ merupakan jarak antara elips *ABCD* dengan lingkaran *BDEF*. Berdasarkan persamaan (2) kita peroleh

$$(h')^2 = (b')^2 - (a')^2 \tag{3}$$

Kita peroleh KL maksimum terjadi ketika $h' = KL = CF = h$.
Perhatikan jika $m\angle BMK = \theta$ maka kita dapatkan hubungan $JK = MK \sin\theta$, karena $JK = a'$ sedangkan $MK = MF = a$ merupakan panjang jari-jari lingkaran *BDEF* maka

$$a' = a \sin\theta \tag{4}$$

Dengan menggunakan teorema kesebangunan, karena $\Delta JKL \sim \Delta MKF$ maka kita peroleh perbandingan sisi yang bersesuaian

$$\frac{h'}{h} = \frac{a'}{a} \tag{5}$$

Masukan persamaan (4) ke persamaan (5)

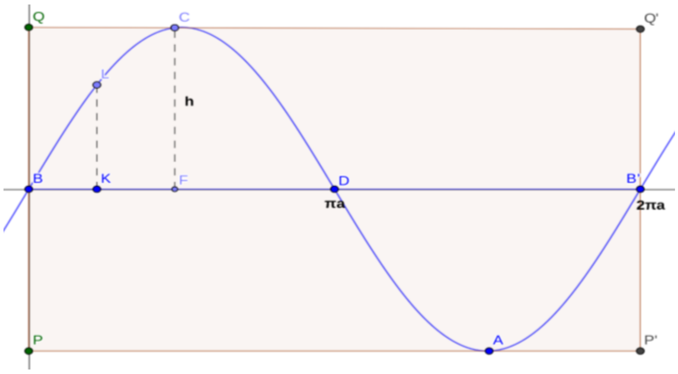
$$\frac{h'}{h} = \frac{a\sin\theta}{a} \tag{6}$$

dan kita peroleh jarak antara elips *ABCD* dengan lingkaran *BDEF* yaitu

$$h' = h\ \sin\theta \text{ dengan } 0 \le \theta \le 2\pi \tag{7}$$

Jika kita membuka selimut tabung dengan cara memotong pada sepanjang $\overline{PQ}$ kemudian dibentangkan menjadi bangun datar maka akan tampak seperti pada Gambar 5 di bawah ini. Kita dapatkan persamaan $h' = h\ \sin\theta$ merupakan tinggi gelombang sinus sepanjang lingkaran *BFDE*.

Jurnal Fraction, Vol. 5 No.1, Juni 2025, Hal. 32-40
E-ISSN: **2830-2028**; P-ISSN: **2962-1402**
Dipublikasi: Juni 2025

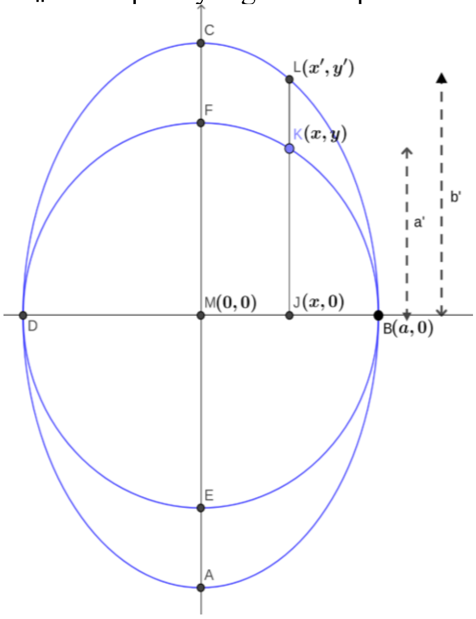


Gambar 5. Kurva Elips pada Bentang Selimut Tabung.

Perhatikan Gambar 5, Kita dapat menuliskan persamaan panjang gelombang sebagai berikut $l = a\theta$ dengan $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Seperti yang telah kita ketahui bahwa BB' merupakan keliling lingkaran, sehingga dapatkan $BD = \pi a$ dan $BF = \pi a/2$. Panjang dua gelombang juga dapatkan sebagai BB'. Seperti yang telah dikatakan sebelumnya h merupakan tinggi maksimum gelombang dan terjadi ketika sudut $\theta = \pi/2$.
Jika kita perhatikan semakin besar nilai a maka gelombang sinus akan terlihat lebih landai dengan syarat ketinggian maksimum yaitu h tidak berubah. Jika $a = b$ maka gelombang merupakan garis lurus karena $h^2 = b^2 - a^2 = 0$. Jika $a = h$ maka $b^2 = h^2 + a^2 = h^2 + h^2 = 2h^2$. Kita peroleh juga $h = b/\sqrt{2}$.

3.2. Kurva Elips

Jika elips $ABCD$ dan lingkaran $BFDE$ diletakan dalam satu bidang datar koordinat kartesius dengan titik pusatnya sama yaitu $M(0,0)$, maka kita peroleh pasangan segmen-segmen yang sejajar sekaligus berimpit yaitu $\overline{JK} \parallel \overline{JL}$ dan $\overline{MF} \parallel \overline{MC}$ seperti yang terlihat pada Gambar 6 di bawah ini.



Gambar 6. lingkaran BEDF dan elips ABCD dalam satu bidang koordinat kartesius

Berdasarkan Gambar 4, kita telah mendapatkan bahwa persamaan

$$b' = \sqrt{(h')^2 + (a')^2}$$

karena $h' = h\,sin(\theta)$ maka

$$(b') = \sqrt{(h')^2 + (a')^2} = \sqrt{(h^2 \,sin^2\theta + a^2 \,sin^2\theta)} = \sqrt{(h^2 + a^2)}\,sin\theta \qquad (8)$$

dan karena $h = \sqrt{(b^2 - a^2}$ maka kita peroleh persamaan (8) menjadi

$$b' = \sqrt{(h^2 + a^2)}\, sin\theta \; = \sqrt{(b^2 - a^2 + a^2)}\, sin\theta = b\ sin\theta$$

Secara sederhana kita tuliskan

$$b' = b\ sin\theta \tag{9}$$

Perhatikan kembali Gambar 4, karena $m\angle BMK = \theta$ maka kita dapatkan bentuk persamaan (4) menjadi $sin(\theta) = \frac{JK}{MK}$ atau kita tuliskan sebagai

$$sin(\theta) = \frac{a'}{a} \tag{10}$$

Kita masukan persamaan (10) ke persamaan (9) kita peroleh

$$b' = b\frac{a'}{a}$$

dengan kata lain.
Perhatikan Gambar 6, kita peroleh bahwa $a' = JK$ yang kita dapatkan dari jarak titik $J(x, 0)$ ke$K(x, y)$ yaitu

$$JK = a' = \sqrt{(y-0)^2 + (x-x)^2} \tag{11}$$

dengan kata lain

$$JK = a' = \sqrt{y^2} \tag{12}$$

dan $b' = JL$ yaitu jarak titik $J(x, 0)$ ke $L(x', y')$ yang diperoleh dari

$$JL = b' = \sqrt{(y' - 0)^2 + (x' - x)^2}$$

karena $x' = x$ maka

$$JL = b' = \sqrt{(y')^2} \tag{13}$$

Kita bandingkan persamaan (13) dan (14), kita peroleh hubungan koordinat elips dan lingkaran yaitu

$$\frac{b'}{a'} = \frac{\sqrt{(y')^2}}{\sqrt{y^2}}$$

Kita dapat menuliskannya menjadi

$$y' = \frac{b}{a}y \tag{14}$$

dengan kata lain
Karena $y^2 = a^2 - x^2$ kita peroleh persamaan (14) menjadi
$(y')^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$
atau

$$\frac{(y')^2}{b^2} = \frac{1}{a^2}(a^2 - x^2)$$

karena $x' = x$ maka

$$\frac{(y')^2}{b^2} = 1 - \frac{(x')^2}{a^2}$$

dengan kata lain

$$\frac{(y')^2}{b^2} + \frac{(x')^2}{a^2} = 1 \tag{15}$$

di mana $b \geq a > 0$. Dengan demikian terbukti bahwa dengan menggunakan persamaan gelombang sinus kita dapat menurunkan persamaan elips.

3.3. Panjang Kurva Elips dan Gelombang Sinus

Kita dapat menghitung panjang kurva gelombang sinus dengan menggunakan integral yang hasilnya sama dengan keliling elipsnya. Ini menunjukan bahwa ketika dibentangkan kurva elips menjadi kurva sinus tidak mengalami perubahan panjang. Pembuktian ini dapat kita peroleh yaitu jika panjang kurva sinus adalah L maka

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{dh'}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2}\, d\theta \tag{16}$$

Karena $h' = h \sin(\theta)$ maka $dh/d\theta = h \cos(\theta)$, dan $x = \theta a$ maka $dx/d\theta = a$. Dengan demikian

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{(h \sin\theta)^2 + (a)^2} d\theta \tag{17}$$

Karena $h = \sqrt{b^2 - a^2}$ maka

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{(b^2 - a^2) \, sin^2\theta + a^2} \, d\theta$$

atau

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{(b^2 \, sin^2\theta + a^2 - a^2 sin^2 \theta} \, d\theta$$

karena $a^2 - a^2 sin^2 \theta = a^2(1 - sin^2 \theta) = a^2 \, cos^2(\theta)$ maka

$$L = \int_0^{2\pi} \sqrt{b^2 \, sin^2\theta + a^2 cos \, ^2\theta} \, d\theta \tag{18}$$

Terlihat bahwa L yaitu panjang kurva sinus juga merupakan keliling elips.

4. PEMBAHASAN

Penelitian mempunyai perbedaan dan persamaan dalam menurunkan hubungan antara kurva elips dan kurva sinus. Perbedaannya yaitu penelitian ini menurunkan rumus gelombang sinus dari irisan tabung tanpa menggunakan koordinat kartesius. Pada penelitian ini kita dapatkan tinggi gelombang yaitu $h \, sin \, \theta$ dan panjang gelombang yaitu $a\theta$ dengan $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Penelitian ini mempunyai kesamaan yaitu memetakan elips dari dimensi ruang menjadi kurva sinus pada dimensi datar, seperti yang terdapat pada [10], [17], [20].

Pada penelitian ini rumus elips diturunkan dari rumus gelombang sinus hasil dari pemetaan elips yang merupakan perpotongan silinder. Beberapa penelitian sebelumnya menunjukan secara langsung penurunan rumus elips dari perpotongan silinder seperti yang terdapat pada artikel [2], [9], [10], [13], [17]. Hal ini berbeda seperti yang dilakukan oleh Kumar yang menurunkan gelombang sinus dari rumus elips [16]. Semuanya menunjukan bahwa kurva elips dan kurva sinus adalah sama, hanya saja bidang yang mereka tempati berbeda.

Penelitian ini juga menghasilkan bahwa panjang gelombang sinus dan panjang kurva elips mempunyai panjang yang sama untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Ini dapat dibuktikan dengan hasilnya dalam bentuk integral yang sama antara kurva gelombang dan elips untuk mencari keliling [24]. Ini artinya sebuah kurva dapat dibentuk menjadi kurva lainnya bergantung pada bidang yang ia tempati namun tidak mengubah ukurannya. Namun secara perhitungan ini sulit, karena nilai integral ini sulit dicari secara eksak [24]. Seandainya kita dapat mengubah bentuk kurva elips menjadi sebuah garis lurus pada sebuah bidang, kita dapat mudah menghitung panjangnya. Kita bisa saja membentuk sebuah benda berbentuk elips kemudian menggelindingkan pada sebuah bidang dan menghitung jarak tempuh untuk satu putaran dari jejak yang tertinggal pada bidang. Namun cara ini tidak efektif akan terjadi kekeliruan dalam perhitungan.

Ide peregangan lingkaran menjadi elips atau pemampatan elips menjadi lingkaran dapat dijelaskan dengan baik dengan menggunakan dilatasi koordinat. Seperti yang telah terdapat pada artikel [1], [2], [6]. Selain itu terdapat ide menggabungkan peregangan dan pemampatan secara bersamaan untuk mengubah elips menjadi lingkaran. Ide penggabungan ini berusaha mencari jalan untuk elips ditransformasikan menjadi lingkaran dengan tetap mempertahan kelilingnya [1]. Untuk mencari keliling melalui ide ini hanya menghasilkan batas-batas keliling elips [25].

Walaupun penurunan rumus ini bukan merupakan hal baru. Namun penelitian ini memberikan cara penurunan rumus gelombang secara langsung melalui irisan tabung lebih sederhana. Sederhana ini dalam pengertian menggunakan kesebangunan segitiga-segitiga ketimbang menggunakan koordinat kartesius. Kemudian menurunkan rumus elips dari rumus gelombang. Cara ini merupakan kebalikan dari cara-cara sebelumnya yang terdapat [9], [16]. Dengan demikian kita dapat mengatakan bahwa kurva gelombang dan elips adalah sama, yang membedakan adalah bidang yang mereka tempati.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Irisan tabung lingkaran oleh bidang datar yang menghasilkan elips. Ketika tabung tersebut bagian selimutnya dibentangkan menjadi bidang datar maka elips akan terbentuk menjadi sebuah kurva gelombang. Ternyata rumus kurva gelombang ini dapat diturunkan secara langsung dari irisan tabung. Penelitian selanjutnya harus bisa mencari keliling elips dengan menggunakan tabung yang alasnya berbentuk elips dan mencari hubungan dengan luas selimut tabung.

6. UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis terima kasih kepada para reviewer dan editor yang telah membantu dalam menerbitkan artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

[1] H. A. Rohman, “DERIVING THE EXACT FORMULA FOR PERIMETER OF AN ELLIPSE USING COORDINATE TRANSFORMATION,” *Alifmatika J. Pendidik. Dan Pembelajaran Mat.*, vol. 4, no. 1, hlm. 1–16, Apr 2022, doi: 10.35316/alifmatika.2022.v4i1.1-16.

[2] H. A. Rohman dan A. Jupri, “Investigating the Equation and the Area of Ellipse Using Circular Cylinder Section Approach,” dalam *International Conference on Mathematics and Science Education of Universitas Pendidikan Indonesia*, 2019, hlm. 210–214.

[3] P. Lockhart, *Measurement:* Harvard University Press, 2012. doi: 10.4159/harvard.9780674067349.

[4] D. Wells, *Hidden Connections and Double Meanings*. dalam Dover Math Games & Puzzles. Dover Publications, 2018. Diakses: 29 Februari 2024. [Daring]. Tersedia pada: https://store.doverpublications.com/products/9780486824628

[5] A. Mazer, *The Ellipse: A Historical and Mathematical Journey | Wiley*. John Wiley & Sons, Inc., 2010. Diakses: 29 Februari 2024. [Daring]. Tersedia pada: https://www.wiley.com/en-us/The+Ellipse%3A+A+Historical+and+Mathematical+Journey-p-9781118211434

[6] Archimedes, *The works of Archimedes: Edited in Modern Notation with Introductory Chapters*. dalam Cambridge library collection. Mathematics. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

[7] A. Bréard, *Nine Chapters on Mathematical Modernity: Essays on the Global Historical Entanglements of the Science of Numbers in China*. dalam Transcultural Research – Heidelberg Studies on Asia and Europe in a Global Context. Cham: Springer International Publishing, 2019. doi: 10.1007/978-3-319-93695-6.

[8] F. DWIJAYANTI, “BENTUK-BENTUK IRISAN BIDANG DATAR DENGAN TABUNG DALAM SISTEM KOORDINAT DIMENSI TIGA,” bachelor, UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH PURWOKERTO, 2014. Diakses: 29 Februari 2024. [Daring]. Tersedia pada: https://repository.ump.ac.id/3205/

[9] D. Hilbert dan S. Cohn-Vossen, *Geometry and the imagination*. New York: Chelsea, 1990.

[10] C. Alsina dan R. B. Nelsen, *A Mathematical Space Odyssey: Solid Geometry in the 21st Century*. The Mathematical Association of America, 2015.

[11] D. A. Brannan, M. F. Esplen, dan J. J. Gray, *Geometry*. Cambridge University Press, 2011.

[12] A. Scimone, “Ellipse: what else?,” *Math. Gaz.*, vol. 99, no. 546, hlm. 481–490, Nov 2015, doi: 10.1017/mag.2015.85.

[13] R. Rashed, *Classical Mathematics from Al-Khwarizmi to Descartes*, 1 ed. Routledge, 2014. doi: 10.4324/9781315753867.

[14] R. Ferréol, “Sinusoid,” Mathcurve. Diakses: 29 Februari 2024. [Daring]. Tersedia pada: https://mathcurve.com/courbes2d.gb/sinusoid/sinusoid.shtml

[15] G. V. García, “PARAMETERIZATION OF THE ELLIPSE BASED ON THE VALENCIA’S SPHERE, WITHOUT TO USE A CARTESIAN COORDINATE SYSTEM,” 2018. Diakses: 29 Februari 2024. [Daring]. Tersedia pada: https://www.semanticscholar.org/paper/PARAMETERIZATION-OF-THE-ELLIPSE-BASED-ON-THE-TO-USE-Garc%C3%ADa/5770c0416c4fe11fe8683bb3b02670e8aa5ad56c

[16] N. Kumar, “So…an ellipse is a sine wave in disguise,” Medium. Diakses: 29 Februari 2024. [Daring]. Tersedia pada: https://medium.com/@mail.nirmal.r/so-an-ellipse-is-a-sine-wave-in-disguise-312b32026d4f

[17] C. B. Boyer, *History of Analytic Geometry*. Courier Corporation, 2012.

Jurnal Fraction, Vol. 5 No.1, Juni 2025, Hal. 32-40
E-ISSN: **2830-2028**; P-ISSN: **2962-1402**
Dipublikasi: Juni 2025

[18] D. Mentrard, “Unfolding of the oblique section of a cylinder,” GeoGebra. Diakses: 8 September 2024. [Daring]. Tersedia pada: https://www.geogebra.org/m/njdk3fs9
[19] Mathematical Etudes Foundation, “Sine wave: cylinder net / Models // Mathematical Etudes.” Diakses: 29 Februari 2024. [Daring]. Tersedia pada: https://en.etudes.ru/models/sine-wave/
[20] G. Toth, *Elements of Mathematics: A Problem-Centered Approach to History and Foundations*. Springer Nature, 2021.
[21] F. Fuat, *GEOMETRI DATAR : INDIVIDUAL TEXTBOOK*. Lembaga Academic & Research Institute, 2020.
[22] A. Jupri, *Geometri dengan Pembuktian Dan Pemecahan Masalah*. Bumi Aksara, 2021.
[23] Meilantifa, H. M. D. Sewardini, M. T. Budiarto, dan J. T. Many, *Geometri Dasar*. Bahasa dan Sastra Arab, UIN Sunan Gunung Djati, 2018.
[24] M. D. Weir, J. Hass, dan G. B. Thomas, *Thomas’ calculus*, Metric ed., 12. ed., [Global ed.], [International ed.]. Boston, Mass. Munich: Pearson, 2010.
[25] R. E. Pfiefer, “Bounds on the Perimeter of an Ellipse via Minkowski Sums,” *Coll. Math. J.*, vol. 19, no. 4, hlm. 348–350, Sep 1988, doi: 10.1080/07468342.1988.11973137.